Préparer l'année de 2^{nde}.

Livret de mathématiques.

RAPPEL ① CORRECTION

Calculs fractionnaires

Exercice 1:

$$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21}$$

$$A = \frac{-15}{21} + \frac{4}{21}$$

$$A = \frac{-11}{21}$$

$$B = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$$

$$B = \frac{10}{24} - \frac{9}{24}$$

$$B = \frac{1}{24}$$

$$C = \frac{2}{3} \times \frac{1}{8}$$

$$C = \frac{\overline{2} \times 1}{3 \times \underline{2} \times 4}$$

$$C = \frac{1}{12}$$

$$D = \frac{-7}{9} \div \frac{6}{-14}$$

$$D = \frac{-7}{9} \times \frac{-14}{6}$$

$$D = \frac{7 \times 7 \times \overline{2}}{3 \times 3 \times 3 \times \underline{2}}$$

$$D = \frac{49}{27}$$

$$E = \frac{2}{15} + \frac{18}{5} \times \frac{35}{4}$$

$$E = \frac{2}{15} + \frac{3 \times 3 \times \overline{2} \times \overline{5} \times 7}{\underline{5} \times 2 \times \underline{2}}$$

$$E = \frac{2}{15} + \frac{63}{2}$$

$$E = \frac{4}{30} + \frac{945}{30}$$

$$E = \frac{949}{30}$$

*** Exercice 2 :**

$$T = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$$

$$T = 1 - \left(\frac{5}{15} + \frac{6}{15}\right)$$

$$T = \frac{15}{15} - \frac{11}{15}$$

$$T = \frac{4}{15}$$

Thomas reçoit $\frac{4}{15}$ de la fortune de son père.

RAPPEL ② CORRECTION

Calcul littéral : développer et factoriser

Exercice 1:

$x + 3 \times 5$; $5x + 7$; $4(3x + 6)$; $(6x + 4) \times 5$; $(4x - 5) - (7x + 3)$; $(x + 6)^2$

Exercice 2:

	Expression choisie
La somme de 2 et de x	④ $2 + x$
Le double de x	⑤ $2x$
Le carré de x	② x^2
La somme de 2 et de la moitié de x	③ $2 + \frac{x}{2}$
La moitié de la somme de 2 et de x	① $\frac{2+x}{2}$
La somme de x et du produit de 3 par 2	⑦ $x + 3 \times 2$
Le produit de 2 par la somme de x et de 3	⑧ $2(x + 3)$
La somme du produit de 2 par x et de 3	⑥ $2x + 3$

Exercice 3:

$A(x) = (2x - 3)(5x - 4)$

$A(x) = 10x^2 - 8x - 15x + 12$

$A(x) = 10x^2 - 23x + 12$

$C(x) = 3x - (x - 1) - (x + 7)(x + 3)$

$C(x) = 3x - x + 1 - x^2 - 3x - 7x - 21$

$C(x) = -x^2 - 8x - 20$

$B(x) = 2x(5x - 3) - 7$

$B(x) = 10x^2 - 6x - 7$

$D(x) = (x + 5)^2$

$D(x) = x^2 + 10x + 25$

$E(x) = (6 - 7x)(6 + 7x)$

$E(x) = 36 - 49x^2$

$F(x) = (4x - 1)^2$

$F(x) = 16x^2 - 8x + 1$

Exercice 4:

$A(x) = x^2 + 2x$

$A(x) = x(x + 2)$

$E(x) = 16x^2 - 1$

$E(x) = (4x - 1)(4x + 1)$

$B(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)^2$

$B(x) = (x - 4)(7x + x - 4)$

$B(x) = (x - 4)(8x - 4)$

$F(x) = 25 - (2x - 1)^2$

$F(x) = (5 - 2x + 1)(5 + 2x - 1)$

$F(x) = (-2x + 6)(2x + 4)$

$F(x) = 4(-x + 3)(x + 2)$

$C(x) = 9x^2 - 12x$

$C(x) = 3x(3x - 4)$

$G(x) = (2 - x)(3x + 1) + (3x + 1)$

$G(x) = (3x + 1)(2 - x + 1)$

$G(x) = (3x + 1)(-x + 3)$

$D(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x - 4)$

$D(x) = (x + 1)(2x + 5 - 3x + 4)$

$D(x) = (x + 1)(-x + 9)$

* Exercice 5:

$A = 48 \times 99$

$A = (50 - 2)(100 - 1)$

$A = 5\,000 - 50 - 200 + 2$

$A = 4\,752$

$B = 57 \times 101$

$B = 57(100 + 1)$

$B = 5\,700 + 57$

$B = 5\,757$

$C = 101^2$

$C = (100 + 1)^2$

$C = 10\,000 + 200 + 1$

$C = 10\,201$

RAPPEL ③ CORRECTION

Puissances

Exercice 1:

x	10^7	10^{-5}	$\frac{1}{10^4}$
Ecriture décimale de x	10 000 000	0,000 01	0,000 1

x	$10^{-15} \times 10^{11}$	$\frac{10^{16}}{10^9}$	$(10^2)^3$
Ecriture décimale de x	0,000 1	10 000 000	1 000 000

Exercice 2:

$A = 3\,789\,000$

$A = 3{,}789 \times 10^6$

$B = 0{,}000\,000\,037$

$B = 3{,}7 \times 10^{-8}$

Exercice 3:

Planète	Saturne	Mars	Uranus	Terre
Distance moyenne du Soleil	$14{,}3 \times 10^8$	228×10^6	2 880 000 000	$1{,}49 \times 10^8$
Distance moyenne du Soleil en écriture scientifique	$1{,}43 \times 10^9$	$2{,}28 \times 10^8$	$2{,}88 \times 10^9$	$1{,}49 \times 10^8$

Planète	Neptune	Vénus	Jupiter	Mercure
Distance moyenne du Soleil	$45\,000 \times 10^5$	11×10^7	778×10^6	$0{,}58 \times 10^8$
Distance moyenne du Soleil en écriture scientifique	$4{,}5 \times 10^9$	$1{,}1 \times 10^8$	$7{,}78 \times 10^8$	$5{,}8 \times 10^7$

*** Exercice 4:**

1. $M = 6{,}022 \times 10^{23} \times 1{,}99 \times 10^{-26}$
   $M = 6{,}022 \times 1{,}99 \times 10^{23} \times 10^{-26}$
   $M = 11{,}98378 \times 10^{-3}$
   $M = 0{,}011\,983\,78$
   La masse d'une mole est 0,011 983 78 kg, soit 11,983 78 g.
2. Une valeur arrondie à une gramme près de cette masse est 12 g.

*** Exercice 5:**

$$v = \frac{d}{t}$$

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t = \frac{5\,900 \times 10^9}{3 \times 10^8}$$

$$t = \frac{5\,900}{3} \times \frac{10^9}{10^8}$$

$$t \approx 1966{,}7 \times 10$$

$$t \approx 19\,667$$

Le temps mis par la lumière pour aller du Soleil à Pluton est environ égal à 19 667 secondes soit environ 5,46 h (car 19 667/60 ≈ 5,46).

Exercice 1:

E_1 : $3x - 1 = -13$

$3x = -13 + 1$

$3x = -12$

$x = \frac{-12}{3}$

$x = -4$

La solution de l'équation E_1 est – 4.

E_2 : $-2x + 5 = 8$

$-2x = 8 - 5$

$-2x = 3$

$x = \frac{3}{-2}$

La solution de l'équation E_2 est $\frac{3}{-2}$.

E_3 : $5x = 0$

$x = \frac{0}{5}$

$x = 0$

La solution de l'équation E_3 est 0.

E_4 : $4 - x = 7$

$-x = 7 - 4$

$-x = 3$

$x = -3$

La solution de l'équation E_4 est – 3.

E_5 : $11x - 3 = 2x + 9$

$11x - 2x = 9 + 3$

$9x = 12$

$x = \frac{12}{9}$

$x = \frac{4}{3}$

La solution de l'équation E_5 est $\frac{4}{3}$**.**

E_6 : $\frac{x}{7} = \frac{-7}{4}$

$x = \frac{7 \times -7}{4}$

$x = \frac{-49}{4}$

La solution de l'équation E_6 est $\frac{-49}{4}$.

E_7 : $(-2x-5)(3x+2)=0$

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$-2x-5=0$ ou $3x+2=0$

$-2x=5$ $3x=-2$

$x=\frac{5}{-2}$ $x=\frac{-2}{3}$

Les solutions de l'équation E_7 sont $-\frac{5}{2}$ et $-\frac{2}{3}$.

*** Exercice 2:**

Notons x la somme totale que les organisateurs décident de distribuer.

$\frac{3}{5}x+\frac{1}{3}x+200=x$

$\frac{9}{15}x+\frac{5}{15}x-\frac{15}{15}x=-200$

$\frac{-1}{15}x=-200$

$x=-200\times(-15)$

$x=3\,000$

La somme totale qu'ils décident de distribuer est 3 000 €.

Vérification :

$\frac{3}{5}\times 3\,000=1\,800$ $\frac{1}{3}\times 3\,000=1\,000$

Le premier aura 1 800 €, le second aura 1 000, et il restera bien 200 € pour le troisième.

Exercice 3:

1. • 4
• 4 + 3 = 7
• $7^2=49$

• 49 – 9 = 40

En choisissant 4, on obtient effectivement 40.

2. • x

• $x + 3$

• $(x+3)^2$

• $(x+3)^2 - 9$

Le résultat obtenu est $(x+3)^2 - 9$

$(x+3)^2 - 9 = x^2 + 6x + 9 - 9$

$(x+3)^2 - 9 = x^2 + 6x$

3. $x^2 + 6x = 0$

$x(x+6) = 0$

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$x = 0$ ou $x + 6 = 0$

$x = -6$

Les nombres que l'on peut choisir pour obtenir 0 sont 0 et -6.

Exercice 4:

1. $G = (-1+3)(2 \times (-1) - 5)$

$G = 2(-2-5)$

$G = 2 \times (-7)$

$G = -14$

$D = 5 \times (-1) - 15$

$D = -5 - 15$

$D = -20$

Les membres de gauche et de droite ne sont pas égaux pour – 1 donc – 1 n'est pas une solution de l'équation (E).

2. $G = (2+3)(2 \times 2 - 5)$

$G = 5(4-5)$

$G = 5 \times (-1)$

$G = -5$

$D = 5 \times 2 - 15$

$D = 10 - 15$

$D = -5$

Les membres de gauche et de droite sont égaux pour 2 donc 2 est une solution de l'équation (E).

3. $(x+3)(2x-5) = 5x - 15$

$2x^2 - 5x + 6x - 15 = 5x - 15$

$2x^2 - 5x + 6x - 5x = -15 + 15$

$2x^2 - 4x = 0$

$2x(x-2) = 0$

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$2x = 0$ ou $x - 2 = 0$

$x = \frac{0}{2}$ $x = 2$

$x = 0$

Les solutions de l'équation (E) sont 0 et 2.

*** Exercice 5:**

1. $A(x) = 8^2 - 4 \times x^2$
$A(x) = 64 - 4x^2$

2. On doit saisir la formule : $\boxed{\text{= 64 – 4 * A2 ^ 2}}$

3. $64 - 4x^2 = 15$
$64 - 4x^2 - 15 = 0$
$49 - 4x^2 = 0$
$(7 - 2x)(7 + 2x) = 0$
Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$7 - 2x = 0$ ou $7 + 2x = 0$

$-2x = -7$ $2x = -7$

$x = \frac{-7}{-2}$ $x = \frac{-7}{2}$

$x = 3{,}5$ $x = -3{,}5$

Les solutions de l'équation (E) sont 3,5 et – 3,5.

Dans le problème, x représente une longueur et doit donc être positif.

Le problème admet alors une seule solution qui est 3,5.

RAPPEL ⑤ CORRECTION

Fonctions : généralités

Exercice 1:

1.	L'image de 5 par la fonction f est 2.	~~VRAI~~	~~FAUX~~	On ne peut rien dire
2.	L'image de 2 par la fonction f est 5.	VRAI	~~FAUX~~	~~On ne peut rien dire~~
3.	Un antécédent de 5 par la fonction f est 2.	VRAI	~~FAUX~~	~~On ne peut rien dire~~
4.	Un antécédent de 2 par la fonction f est 5.	~~VRAI~~	~~FAUX~~	On ne peut rien dire
5.	Un nombre dont l'image est 5 par la fonction f est 2.	VRAI	~~FAUX~~	~~On ne peut rien dire~~
6.	2 a pour image 5 par la fonction f.	VRAI	~~FAUX~~	~~On ne peut rien dire~~
7.	Un nombre dont l'image est 7 par la fonction f est 2.	~~VRAI~~	FAUX	~~On ne peut rien dire~~
8.	5 a pour antécédent 2 par la fonction f.	VRAI	~~FAUX~~	~~On ne peut rien dire~~
9.	2 a pour antécédent 5 par la fonction f.	~~VRAI~~	~~FAUX~~	On ne peut rien dire
10.	2 a pour image 7 par la fonction f.	~~VRAI~~	FAUX	~~On ne peut rien dire~~
11.	5 a pour image 2 par la fonction f.	~~VRAI~~	~~FAUX~~	On ne peut rien dire
12.	Le point de coordonnées (2 ; 5) appartient à $\mathscr{C}$.	VRAI	~~FAUX~~	~~On ne peut rien dire~~
13.	Le point de coordonnées (5 ; 2) appartient à $\mathscr{C}$.	~~VRAI~~	~~FAUX~~	On ne peut rien dire

Exercice 2:

1. L'image de 2 par la fonction g est – 2,5.
2. Les antécédents de 4 par la fonction g sont 0,8 et – 0,8.
3. On a $f(x) = g(x)$ pour $x = -1$ et $x = 1$.
On a alors $f(1) = f(-1) = g(1) = g(-1) = 3$

Exercice 3:

1. $f(-3) = 2 \times (-3) - 4$
$f(-3) = -10$
L'image de – 3 par la fonction f est – 10.

2. $2x - 4 = 24$
$2x = 24 + 4$
$2x = 28$
$x = \frac{28}{2}$
$x = 14$
L'antécédent de 24 par la fonction f est 14.

3. $g(3) = 4 \times 3^2$
$g(3) = 36$
L'image de 3 par la fonction g est 36.

4. $4x^2 = 8$
$x^2 = \frac{8}{4}$
$x^2 = 2$
$x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$
Les antécédents de 8 par la fonction g sont $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.

Exercice 4:

Résolution par lecture graphique :

1. L'image de 1 par la fonction f est – 3. L'image de – 2 par la fonction f est 6.
2. Les antécédents de – 2 par la fonction f sont 0 et 2.
3. Le nombre – 3 admet un seul antécédent car la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées (0;-3) ne rencontrent la courbe qu'en un seul point.

Résolution par le calcul :

1. $f(0) = (0 - 1)^2 - 3$
$f(0) = (-1)^2 - 3$
$f(0) = 1 - 3$
$f(0) = -2$
$f(2) = (2 - 1)^2 - 3$
$f(2) = 1^2 - 3$
$f(2) = 1 - 3$
$f(2) = -2$
0 et 2 ont la même image par la fonction f, c'est – 2. Cela confirme la lecture graphique faite à la question 2.

2. a) $f(x) = 13$

$(x-1)^2 - 3 = 13$

$(x-1)^2 - 3 - 13 = 0$

$(x-1)^2 - 16 = 0$

b) $(x-1)^2 - 16 = \big((x-1)-4\big)\big((x-1)+4\big)$

$(x-1)^2 - 16 = (x-5)(x+3)$

c) Chercher les antécédents de 13 par la fonction f équivaut donc à résoudre

$(x-5)(x+3) = 0$

si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$x - 5 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = 5$ $x = -3$

Les antécédents de 13 par la fonction f sont – 3 et 5.

*** Exercice 5:**

Egalité	Description : image ou antécédent	Point appartenant à $\mathscr{C}$
$f(-2) = -1$	- 1 est l'image de – 2 par f	(-2 ; -1) $\in \mathscr{C}$
$f(5) = 7$	7 est l'image de 5 par f	(5 ; 7) $\in \mathscr{C}$
$f(4) = -10$	4 est un antécédent de – 10 par f	(4 ; - 10) $\in \mathscr{C}$
$f(-3) = 2$	- 3 est un antécédent de 2 par f	(-3 ; 2) $\in \mathscr{C}$

RAPPEL ⑥ CORRECTION

Fonctions affines

Exercice 1:

a) Les fonctions f, g, i et j sont des fonctions affines car elles sont définies par $x \longmapsto ax + b$

b) La fonction i est linéaire car elle est définie par $x \longmapsto ax$ avec $a = 4{,}5$

c) La fonction j est une fonction constante car elle est définie par $x \longmapsto b$ où $b = -4$

d) Les fonctions h et k ne sont pas des fonctions affines car elles ne sont pas définies par $x \longmapsto ax + b$

Exercice 3:

(d_1) représente la fonction $f_1 : x \longmapsto \frac{1}{2}x$

(d_2) représente la fonction $f_2 : x \longmapsto x + 5$

(d_3) représente la fonction $f_3 : x \longmapsto 2x + 1$

Exercice 4:

a) La fonction linéaire associée à une hausse de 2% est définie par $x \longmapsto 1{,}02x$

b) La fonction linéaire associée à une baisse de 40% est définie par $x \longmapsto 0{,}6x$

c) La fonction linéaire associée à prendre 65% est définie par $x \longmapsto 0{,}65x$

Exercice 2:

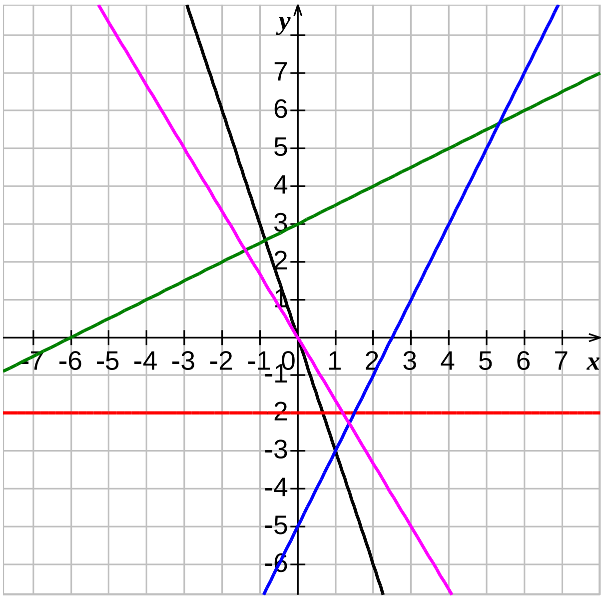
a) f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Le coefficient directeur est – 3 donc la droite passe par le point de coordonnées (1 ; - 3). (en noir)

b) g est une fonction constante donc sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses. L'ordonnée à l'origine est – 2 donc la droite passe par le point de coordonnées (0 ; -2). (en rouge)

c) h est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite. L'ordonnée à l'origine est 3 donc la droite passe par le point de coordonnées (0 ; 3). En utilisant le coefficient directeur égal à 1/2, on peut en déduire que la droite passe par le point de coordonnées (2 ; 4). (en vert)

d) i est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite. L'ordonnée à l'origine est – 5 donc la droite passe par le point de coordonnées (0 ; - 5). En utilisant le coefficient directeur égal à 2, on peut en déduire que la droite passe par le point de coordonnées (1 ; - 3). (en bleu)

e) j est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Le coefficient directeur est – 5/3 donc la droite passe par le point de coordonnées (3 ; - 5). (en rose)



*** Exercice 5:**

Soit x la quantité de départ. Après une baisse de 2%, on a $0{,}98x$. Après une deuxième baisse de 2%, on a $0{,}98 \times 0{,}98x$ soit $0{,}9604x$.

En faisant directement une baisse de 4%, on a $0{,}96x$.

Or $0{,}9604x \neq 0{,}96x$

Donc baisser une quantité de 2% deux fois de suite ne revient pas à baisser de 4%.

*** Exercice 6**

Soit x le prix d'origine.

Alors on a $0{,}80x = 58{,}40$

$$x = \frac{58{,}40}{0{,}8}$$

$x = 73$ Le prix d'origine était donc 73 euros.

Exercice 1:

a) 11 ; 13 ; 14 ; 26 ; 33 ; 41
Tout nombre compris entre 14 et 26 est une médiane. En prenant la moyenne de 14 et 26, une médiane est 20. L'étendue est 30 car 41 – 11 = 30

b) 37,2 ; 38 ; 38,2 ; 38,6 ; 39 ; 39,4
Tout nombre compris entre 38,2 et 38,6 est une médiane. En prenant la moyenne de 38,2 et 38,6, une médiane est 38,4. L'étendue est 2,2 car 39,4 – 37,2 = 2,2

Exercice 2:

1. $m = \frac{8\times2+9\times3+10\times1+11\times3+12\times5+13\times4+14\times1+15\times3+16\times2+17\times1}{2+3+1+3+5+4+1+3+2+1}$

$m = \frac{306}{25}$

$m = 12{,}24$

La moyenne est 12,24.
Il y a 25 notes classées dans l'ordre de 8 à 17. La médiane est la 13$^{\text{ème}}$ note, c'est-à-dire 12.
Si tous les élèves avaient "partagé" équitablement les points obtenus lors de ce contrôle, chacun aurait eu 12,24.
Au moins la moitié des élèves a eu 12 ou plus au contrôle, et au moins la moitié des élèves a eu 12 ou moins au contrôle.

2. 17 – 8 = 9
L'étendue est 9. Il y a 9 points d'écart entre la meilleure note et la moins bonne.

Exercice 3:

$$m = \frac{2\times5+4\times8+6\times7+9\times2+13\times1}{5+8+7+2+1}$$

$$m = \frac{115}{23}$$

$$m = 5$$

Il y a en moyenne 5 biscuits brisés par paquet.

Exercice 4:

1. $600 + 800 + 1\,800 + 1\,200 + 600 = 5\,000$
   L'effectif total est 5 000 gousses de vanille.
2. Seules les gousses de 12 cm, 15 cm et 17 cm ont pu être conditionnées sans être pliées donc 3 200 gousses en tout.
   $\frac{3\,200}{5\,000} = 0{,}64$
   Ainsi il a pu conditionner 64% de sa production sans plier les gousses.
3. $m = \frac{12\times600+15\times800+17\times1\,800+22\times1\,200+23\times600}{5\,000}$
   $m = \frac{90\,000}{5\,000}$
   $m = 18$
   La longueur moyenne des gousses est 18 cm donc elle est supérieure à 16,5 cm.
   Avec les 5 000 gousses, on peut faire deux groupes de 2 500 gousses. Ainsi la longueur médiane est entre la 2 500ème et la 2 501ème gousses. Or ces deux gousses font partie des 1 800 gousses mesurant 17 cm. Donc la médiane est 17 cm. Elle n'est donc pas supérieure à 17,5 cm.
   Le deuxième critère n'est pas validé, donc ce cultivateur ne pourra pas recevoir ce label de qualité.

Exercice 1:

1. La probabilité que Pierre trouve la pièce est $\frac{1}{3}$.

2. Dans ce cas, la probabilité que Pierre trouve la pièce est $\frac{2}{5}$.

$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ et $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

Donc Pierre a plus de chances de trouver une pièce dans le deuxième cas.

Exercice 2:

$$p(C) = 1 - p(A) - p(B) - p(D)$$

$$p(C) = 1 - \frac{1}{5} - \frac{2}{15} - \frac{1}{3}$$

$$p(C) = \frac{15}{15} - \frac{3}{15} - \frac{2}{15} - \frac{5}{15}$$

$$p(C) = \frac{5}{15}$$

$$p(C) = \frac{1}{3}$$

Exercice 4:

1.

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30	75	105
Grise	7	8	15
Total	37	83	120

2. a) La probabilité de sélectionner une souris blanche est $\frac{105}{120}$, soit $\frac{7}{8}$.

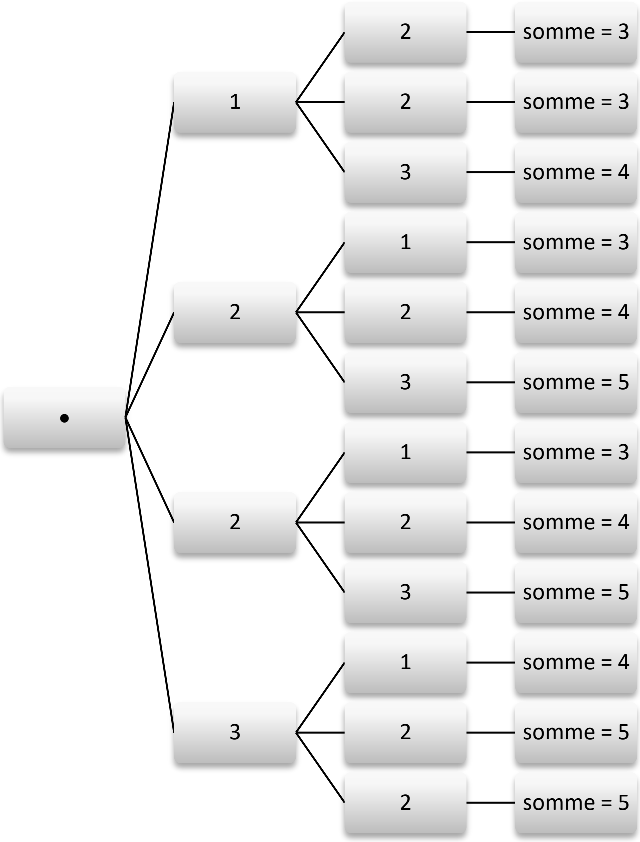
b) La probabilité de sélectionner une sourie femelle est $\frac{83}{120}$.

c) La probabilité de sélectionner un mâle gris est $\frac{7}{120}$.

3. On prend une souris blanche. La probabilité que ce soit une femelle est $\frac{75}{105}$, soit $\frac{5}{7}$.

Exercice 3:

1)



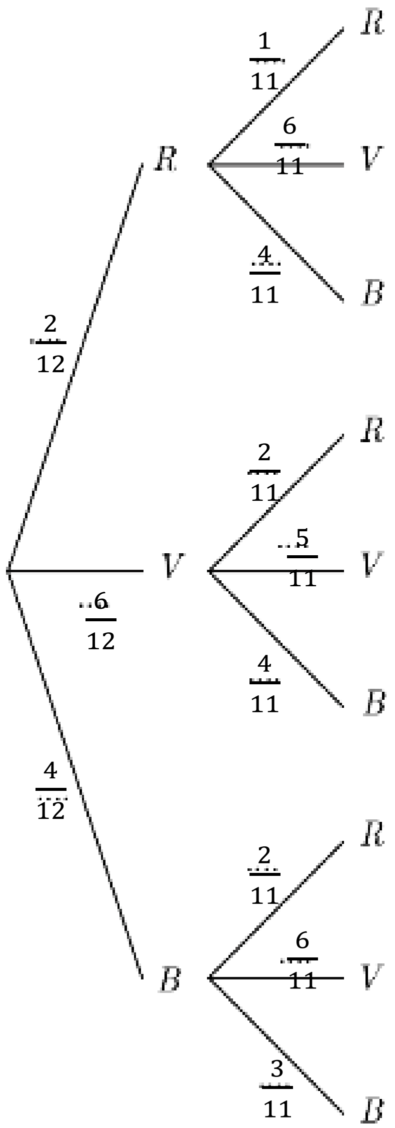
2) Parmi les 12 issues possibles, il y en a 4 qui donnent une somme égale à 4 donc la probabilité d'obtenir une somme égale à 4 est $\frac{4}{12}$ soit $\frac{1}{3}$.

* Exercice 5:

1. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55
On dispose de 55 morceaux de papier.

2. 2 + 4 + 6 + 8 +10 = 30
Il y a 30 morceaux de papier portant un nombre pair.
La probabilité de l'événement " le nombre obtenu est pair " est $\frac{30}{55}$, soit $\frac{6}{11}$.

*** Exercice 6:**



Exercice 1:

Les diviseurs de 32 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32.

Les diviseurs de 67 sont : 1 et 67.

Les diviseurs de 81 sont : 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81.

Les diviseurs de 144 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 16 ; 18 ; 24 ; 36 ; 48 ; 72 ; 144.

*** Exercice 2:**

$a = 10k$

$a = 2 \times 5k$

Donc a est un multiple de 2.

$b = 6k$

$b = 3 \times 2k$

Donc b est un multiple de 3.

$a + b = 10k + 6k$

$a + b = 16k$

$a + b = 8 \times 2k$

Donc 8 est un diviseur de $a + b$

$ab = 10k \times 6k$

$ab = 60k^2$

8 n'est pas un diviseur de 60, et sans connaitre k, on ne sait pas si 8 est un diviseur de k^2, donc on conclut que 8 n'est pas un diviseur de ab.

Exercice 3:

Les multiples de 7 entre 100 et 150 sont 105 ; 112 ; 119 ; 126 ; 133 ; 140 ; 147.

*** Exercice 4:**

Quand on prend deux entiers consécutifs, l'un est pair et l'autre est impair.

Ainsi l'un peut s'écrire $2k$ et l'autre sera $2k + 1$ ou $2k - 1$

$2k(2k \pm 1) = 2 \times k(2k \pm 1)$

$2 \times k(2k \pm 1)$ est un multiple de 2 donc il est pair

Donc le produit de deux entiers consécutifs est pair.

Exercice 5:

59, 227, 503, 883 sont des nombres premiers.

$\sqrt{59} \approx 7{,}7$ et 59 n'est pas divisible par 2 ; 3 ; 5 ; 7 donc 59 est un nombre premier.

$\sqrt{227} \approx 15{,}1$ et 227 n'est pas divisible par 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 donc 227 est un nombre premier.

$\sqrt{503} \approx 22{,}4$ et 503 n'est pas divisible par 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 donc 503 est un nombre premier.

$\sqrt{883} \approx 29{,}7$ et 883 n'est pas divisible par 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 donc 883 est un nombre premier.

32 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2

115 = 5 x 23

187 = 11 x 17

841 = 29 x 29

303 = 3 x 101

667 = 23 x 29

Exercice 6:

1. $\frac{1080}{288}$ n'est pas irréductible car on peut la simplifier par 2 au moins.
1080 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 3 x 5
288 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 3

$$\frac{1\,080}{288} = \frac{\overline{2} \times \overline{2} \times \overline{2} \times \overline{3} \times \overline{3} \times 5}{\underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times \underline{3}}$$

$$\frac{1\,080}{288} = \frac{5}{4}$$

2. $12\,789 = 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 29$

$5\,481 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 29$

$$\frac{12\,789}{5\,481} = \frac{\overline{3} \times \overline{3} \times \overline{7} \times 7 \times \overline{29}}{\underline{3} \times \underline{3} \times 3 \times \underline{7} \times \underline{29}}$$

$$\frac{12\,789}{5\,481} = \frac{7}{3}$$

Exercice 7:

1. a) $45 = 3^2$ x 5
$63 = 3^2$ x 7
donc PGCD (45 ; 63) = 3^2
PGCD (45 ; 63) = 9

b) $48 = 2^4$ x 3
$180 = 2^2$ x 3^2 x 5
Donc PGCD (48 ; 180) = 2^2 x 3
PGCD (48 ; 180) = 12

c) $840 = 2^3$ x 3 x 5 x 7
$532 = 2^2$ x 7 x 19
Donc PGCD (840 ; 532) = 2^2 x 7
PGCD (840 ; 532) = 28

2. a) PPCM (6 ; 9) = 18

b) 54 = 2 x 3^3
$45 = 3^2$ x 5
Donc PPCM (54 ; 45) = 2 x 3^3 x 5
PPCM (54 ; 45) = 270

c) 90 = 2 x 3^2 x 5
$125 = 5^3$
Donc PPCM (90 ; 125) = 2 x 3^2 x 5^3
PPCM (90 ; 125) = 2 250

Exercice 8:

1. Pour avoir autant de tulipes dans tous les bouquets, il faut que le nombre de bouquets soit un diviseur de 30. De même, pour que chaque bouquet ait le même nombre de muscaris, il faut que le nombre de bouquets soit un diviseur de 24.

Les bouquets sont identiques, donc ils contiennent des tulipes et des muscaris, le nombre de bouquet doit donc être le même pour les deux fleurs, il faut alors un diviseur commun de 30 et 24. Le nombre maximum de bouquets ainsi réalisés est donc le plus grand diviseur commun de 30 et 24, c'est donc le PGCD de 30 et 24.

2. 30 = 2 x 3 x 5
24 = 2^3 x 3
PGCD (24 ; 30) = 2 x 3
PGCD (24 ; 30) = 6
Il peut donc réaliser au maximum 6 bouquets de 5 tulipes et 4 muscaris chacun.

Exercice 9:

1. 180 et 120 sont des multiples de 20 donc il peut y avoir 20 joueurs.
120 n'est pas un multiple de 9 donc il ne peut pas y avoir 9 joueurs.

2. Les diviseurs de 120 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 60 ; 120.
Les diviseurs de 180 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20 ; 30 ; 36 ; 45 ; 60 ; 90 ; 180.
Les diviseurs communs de 120 et 180 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
Il peut donc y avoir 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ou 60 joueurs. (on ne garde pas 1 car avec 1 seul joueur, il n'y a pas de jeu)

Exercice 10:

La montre sonne toutes les 12 heures et le réveil sonne toutes les 15 heures. Pour connaitre la durée écoulée entre deux sonneries simultanées de la montre et du réveil, il faut donc trouver le plus multiple de 12 et 15. C'est 60.

12 = 2 x 2 x 3   et   15 = 3 x 5

PPCM (12 ; 15) = 2 x 2 x 3 x 5 = 60

Ils ont tous deux sonné le 21 septembre à 18h30, donc ils sonneront de nouveau ensemble 60 heures plus tard ce qui fait le 24 septembre à 6h30.

18 h 30 + 60 h = 78 h 30

78 h 30 = 3 x 24 h + 6 h 30

78 h 30 = 3 jours + 6 h 30

Exercice 1:

Dans le triangle ARC rectangle en R, le théorème de Pythagore peut s'appliquer.
On obtient :

$AC^2 = AR^2 + RC^2$

$52^2 = AR^2 + 48^2$

$2704 = AR^2 + 2304$

$AR^2 = 2704 - 2304$

$AR^2 = 400$

$AR = \sqrt{400}$ car AR > 0

$AR = 20$

La longueur AR est égale à 20 mm.

Exercice 2:

Dans le triangle PIE rectangle en I, on utilise le théorème de Pythagore, et on obtient :

$PE^2 = PI^2 + IE^2$

$PE^2 = 7^2 + 4^2$

$PE^2 = 49 + 16$

$PE^2 = 65$

$PE = \sqrt{65}$ car PE > 0

La longueur PE est égale à $\sqrt{65}$ cm.

Exercice 3:

Dans le triangle MNP, le côté le plus long est [NP]

$NP^2 = 10{,}3^2$ $\qquad$ $NP^2 = 106{,}09$

$MN^2 + MP^2 = 9{,}6^2 + 4^2$

$MN^2 + MP^2 = 92{,}16 + 16$

$MN^2 + MP^2 = 108{,}16$

On a $NP^2 \neq MN^2 + MP^2$

Donc le triangle MNP n'est pas rectangle d'après la contraposée du théorème de Pythagore.

Exercice 4:

1. Dans le triangle AMS rectangle en M, le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $AS^2 = AM^2 + MS^2$
   $6^2 = AM^2 + 4{,}8^2$
   $36 = AM^2 + 23{,}04$
   $AM^2 = 36 - 23{,}04$
   $AM^2 = 12{,}96$
   $AM = \sqrt{12{,}96}$ car AM > 0
   $AM = 3{,}6$
   La longueur AM est 3,6 cm.
2. Dans le triangle ARS, le côté le plus long est [AR]
   $AR^2 = 6{,}5^2$
   $AR^2 = 42{,}25$
   $AS^2 + SR^2 = 6^2 + 2{,}5^2$
   $AS^2 + SR^2 = 36 + 6{,}25$
   $AS^2 + SR^2 = 42{,}25$
   On a $AR^2 = AS^2 + SR^2$
   On conclut que le triangle ARS est rectangle en S d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Exercice 5:

Pour relever l'armoire selon le schéma, il faut vérifier que la diagonale du rectangle ne dépasse pas la hauteur disponible sous plafond qui est 2,20 m.
En traçant l'une des diagonales du rectangle, on obtient deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesure 2,10 m et 70 cm soit 0,70 m. En notant d la

longueur de la diagonale, et en appliquant le théorème de Pythagore dans l'un de ces triangles rectangles, on obtient :

$d^2 = 2{,}10^2 + 0{,}70^2$

$d^2 = 4{,}41 + 0{,}49$

$d^2 = 4{,}9$

$d = \sqrt{4{,}9}$ car d > 0

$d \approx 2{,}21$

La diagonale mesure environ 2,21 m, c'est légèrement trop grand. Fabien ne pourra donc pas relever cette armoire.

Exercice 6:

Dans le triangle HIS, le côté le plus long est [HS].

$HS^2 = 95^2$ le chiffre des unités sera 5

$HI^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2$ le chiffre des unités sera 0

On constate que $HS^2 \neq HI^2 + IS^2$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle HIS n'est pas rectangle. On peut donc affirmer que le mur de Ben n'est pas droit.

Remarque :

On peut faire les calculs jusqu'au bout et constater que les résultats 9025 et 10000 ne sont pas égaux.

Exercice 1:

Les droites (SA) et (EL) sont sécantes en O et les droites (LS) et (EA) sont parallèles. On peut alors utiliser le théorème de Thalès, et on obtient :

$$\frac{OL}{OE} = \frac{OS}{OA} = \frac{LS}{EA}$$

$$\frac{1,2}{OE} = \frac{2,3}{4,1} = \frac{LS}{5,7}$$

$$\frac{1,2}{OE} = \frac{2,3}{4,1}$$

$$OE = \frac{1,2 \times 4,1}{2,3}$$

$$OE \approx 2,1$$

[OE] mesure environ 2,1 cm

$$\frac{2,3}{4,1} = \frac{LS}{5,7}$$

$$LS = \frac{5,7 \times 2,3}{4,1}$$

$$LS \approx 3,2$$

[LS] mesure environ 3,2 cm.

$$LE = OE - OL$$

$$LE \approx 2,1 - 1,2$$

$$LE \approx 0,9$$

[LE] mesure environ 0,9 cm.

Exercice 2:

Les triangles ABC et ADE sont images l'un de l'autre par une homothétie, donc les points A, D, B sont alignés d'une part et les points A, E, C sont alignés d'autre part, et les droites (DE) et (BD) sont parallèles. Le théorème de Thalès permet alors d'écrire :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{4,2}{6,3} = \frac{AE}{6} = \frac{DE}{3,6}$$

$$\frac{4,2}{6,3} = \frac{AE}{6}$$

$$AE = \frac{6 \times 4,2}{6,3}$$

$$AE = 4$$

[AE] mesure 4 cm

$$\frac{4,2}{6,3} = \frac{DE}{3,6}$$

$$DE = \frac{3,6 \times 4,2}{6,3}$$

$$DE = 2,4$$

[DE] mesure 2,4 cm.

Exercice 3:

Les points D, A, E d'une part sont alignés et les points E, A, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AB}{AD} = \frac{6,8}{3,4}$$

$$\frac{AB}{AD} = 2$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{6,4}{3,2}$$

$$\frac{AC}{AE} = 2$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

Exercice 4:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{1,5}{2,9}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{15}{29}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1,9}{3,5}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{19}{35}$$

$$\frac{AE}{AB} \neq \frac{AD}{AC}$$

Donc les droites (ED) et (BC) ne sont pas parallèles d'après la contraposée du théorème de Thalès.

Exercice 1:

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ $cos\widehat{ABC} = \frac{6}{7}$ $\widehat{ABC} \approx 31$

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure environ 31°.

Exercice 2:

Notons x la hauteur de l'arbre au-dessus du regard du personnage.

Dans le triangle rectangle visible sur le schéma, on a :

$tan30 = \frac{x}{10}$ $x = 10 \times tan30$ $x \approx 5{,}77$

Ainsi la hauteur de l'arbre au-dessus du regard du personnage est environ 5,77 m.

1,80 + 5,77 = 7,57

Le regard du personnage étant à 1,80 m du sol, on peut conclure que la hauteur totale de l'arbre est environ 7,57 m soit 7,6 m arrondie au dm.

Exercice 3:

Notons x le dénivelé, c'est-à-dire la différence d'altitude entre le début de la piste et la fin.

Dans le triangle rectangle visible sur le schéma, on a :

$sin12 = \frac{x}{2000}$ $x = 2000 \times sin12$ $x \approx 415{,}8$

Le dénivelé est donc d'environ 415,8 m.

1800 – 415,8 = 1384,2

L'arrivée se trouve à 1 384 m d'altitude environ.

Exercice 1:

1. $V = \pi r^2 \times h0$
   $V = \pi \times 3^2 \times 11$
   $V = 99\pi$
   $V \approx 311$
   Le volume de confiture dans un pot est environ 311 cm^3 soit 0,311 dm^3.
   Léo a obtenu 2,7 L de confiture soit 2,7 dm^3 de confiture ;
   $\frac{2,7}{0,311} \approx 8,7$
   Léo peut donc remplir 8 pots.
2. La surface latérale d'un cylindre est un rectangle. Sa largeur est la hauteur du cylindre soit 12 cm, et sa longueur est le périmètre de la base.
   $p = 2\pi r$
   $p = 2 \times \pi \times 3$
   $p = 6\pi$
   $p \approx 18,8$
   Le périmètre de la base et par conséquent la longueur de l'étiquette est environ 18,8 cm.

Exercice 2:

$V = aire\ de\ la\ base\ \times hauteur$

$V = \frac{b \times h}{2} \times hauteur$

$V = \frac{1,732 \times 1,5}{2} \times 2,2$

$V \approx 2,86$

Le volume de cette tente est environ 2,86 m^3.

Si le campeur veut avoir un minimum de 3 m^3 pour être confortable, alors il ne doit pas se procurer cet abri.